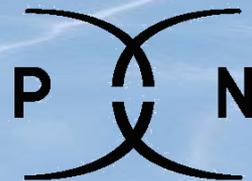


L'optimisation combinatoire : petit guide ...

Philippe Morignot



PACTE NOVATION
INGÉNIERIE INFORMATIQUE

Sommaire



- Introduction
- La technique 1 : Recherche Opérationnelle
- La technique 2 : Intelligence Artificielle
- Outils du marché
- Références PN
- Concurrence
- Conclusion

Intro.

R.O.

I.A.

Outils

P.N.

Marché

Concur-
rence

Conclusion



Partie I

Introduction

L'optimisation combinatoire



- ... a pour but de min/maximiser une **quantité** sous certaines **contraintes**.
- Pour cela, optimiser consiste à rechercher la **meilleure** solution (optimalité) ou sinon une **bonne** solution.

Solution = modèle + calcul.



La difficulté

- Il existe **beaucoup trop** de solutions possibles, parmi lesquelles la (ou une bonne) solution doit être recherchée.
- C'est l'**explosion combinatoire**
 - ⇒ Parcourir toutes les solutions, pour être sûr de choisir la meilleure, peut prendre des **milliards d'années**, même sur une très grosse machine !

Applications



(court terme)

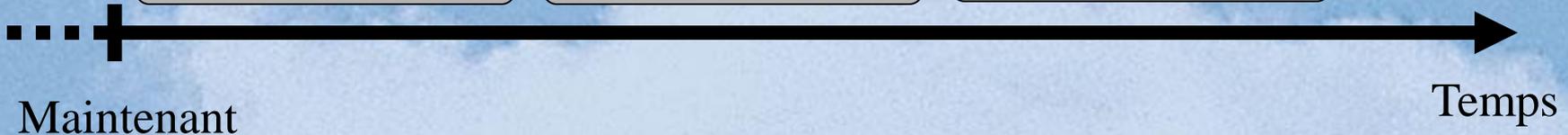
Opérationnel

(moyen terme)

Tactique

(long terme)

Stratégique



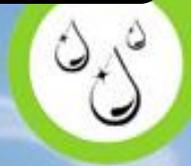
- * Ordonnancer une production industrielle de voitures.
- * Planifier l'utilisation optimale de ressources rares (créneaux de pub, fours, emplacements publicitaires).
- * Construire des plannings de personnel.
- * Optimiser des tournées logistiques.

- * Déterminer une localisation d'entrepôts, les ouvertures et fermetures d'exploitation minière.
- * Dimensionner une flotte aérienne en fonction des prévisions de trafic.



Partie II

La technique 1 : Recherche
Opérationnelle pour l'optimisation
combinatoire



Sous-sommaire

- Programmation linéaire.
- Programmation linéaire en nombre entiers.
- Programmation non-linéaire.
- Optimisation locale.

Programmation linéaire - exemple



- Calculer la ration alimentaire optimale d'un soldat.
- Evaluer différentes stratégies d'expansion industrielle (e.g., maximiser le profit).
- Planification optimale de besoin en personnel (i.e., recrutement, formation, intérim).



Programmation linéaire

- On modélise le problème sous forme :
 - d'équations linéaires, indicées j , de la forme :

$$\sum_{i=1}^n a_{i,j} x_i \leq b_j \quad \left\{ \begin{array}{l} a : \text{coefficients} \\ b : \text{constantes} \\ x : \text{variables} \end{array} \right.$$

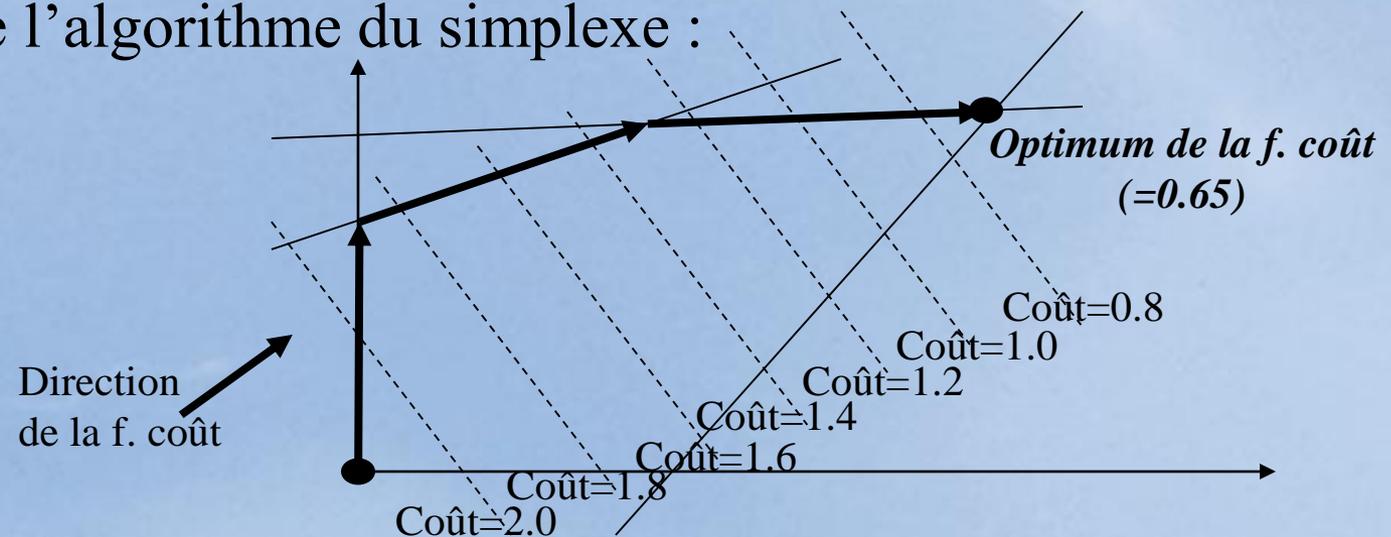
- d'une fonction de coût, à minimiser, de la forme :

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \quad c : \text{coefficients}$$



Programmation linéaire (2)

- Se résout par l'algorithme du **simplexe** : fournit les variables x_i qui minimisent la fonction de coût tout en respectant les équations.
 ⇒ Solution **optimale** et **flottante** (continue).
- Détail de l'algorithme du simplexe :



- Inconvénient : prend **longtemps** pour de gros problèmes.



PLNE - Exemples

- Approvisionnement de clients à partir de dépôts avec des contraintes de capacité.
- Affectation de tâches à des vacations.
- Affectation de vols à des aérobares.



PL en nombres entiers

- Comme précédemment, mais certaines/toutes les variables x_i doivent être **entières**.
- Problème NP-complet, qui se résout par la méthode précédente + les méthodes « *branch and bound* » (séparation / évaluation) ou « *branch and cut* » pour forcer les variables à être entières.
- La solution obtenue n'est plus optimale, strictement, mais est « proche » de l'optimum.

PLNE/PL - Illustration



- On veut affecter des vols à des aéroports en minimisant un certain coût (linéaire).
- Modèle : chaque vol = une variable, sa valeur est l'indice de l'aéroport.
- Après simplexe, la PL dit que $vol_i = 5.3$ Or la valeur de la variable n'aurait de sens que pour 5 ou 6 par définition. **Que faire de cette valeur ?**
- Solution 1 (branch&bound) : essayer la valeur $vol_i=5$, recalculer le simplexe. Puis essayer la valeur $vol_i=6$, recalculer le simplexe et voir si il y a amélioration. Recommencer pour toutes les autres variables.
- Solution 2 (branch&cut): remarquer que 5.3 est proche de 5. Donc poser $vol_i=5$, recalculer le simplexe et recommencer sur le même principe pour toutes les autres variables.

Programmation non-linéaire - exemples



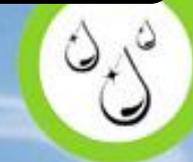
- Minimiser la consommation électrique de fonderies (coût quadratique).
- Minimiser une fonction de coût contenant une division, pour affecter des vols à des aéroports.



Programmation non-linéaire

- Comme la PL, sauf que les équations et fonction de coût peuvent inclure des termes quadratiques (xy), cubiques (xyz), etc.
- Résolution **encore plus longue**, l'algorithme du simplexe n'est plus applicable : *programmation convexe*,...
- Variables flottantes (continues).
- Optima locaux.

Optim. Locale - Exemples



- Amélioration de la qualité d'un planning (avec qualité = équité sociale, nombre de tâches d'un certain type).
- Habillage de lignes de bus.
- Problème du voyageur de commerce et ses dérivés (tournées de véhicules).

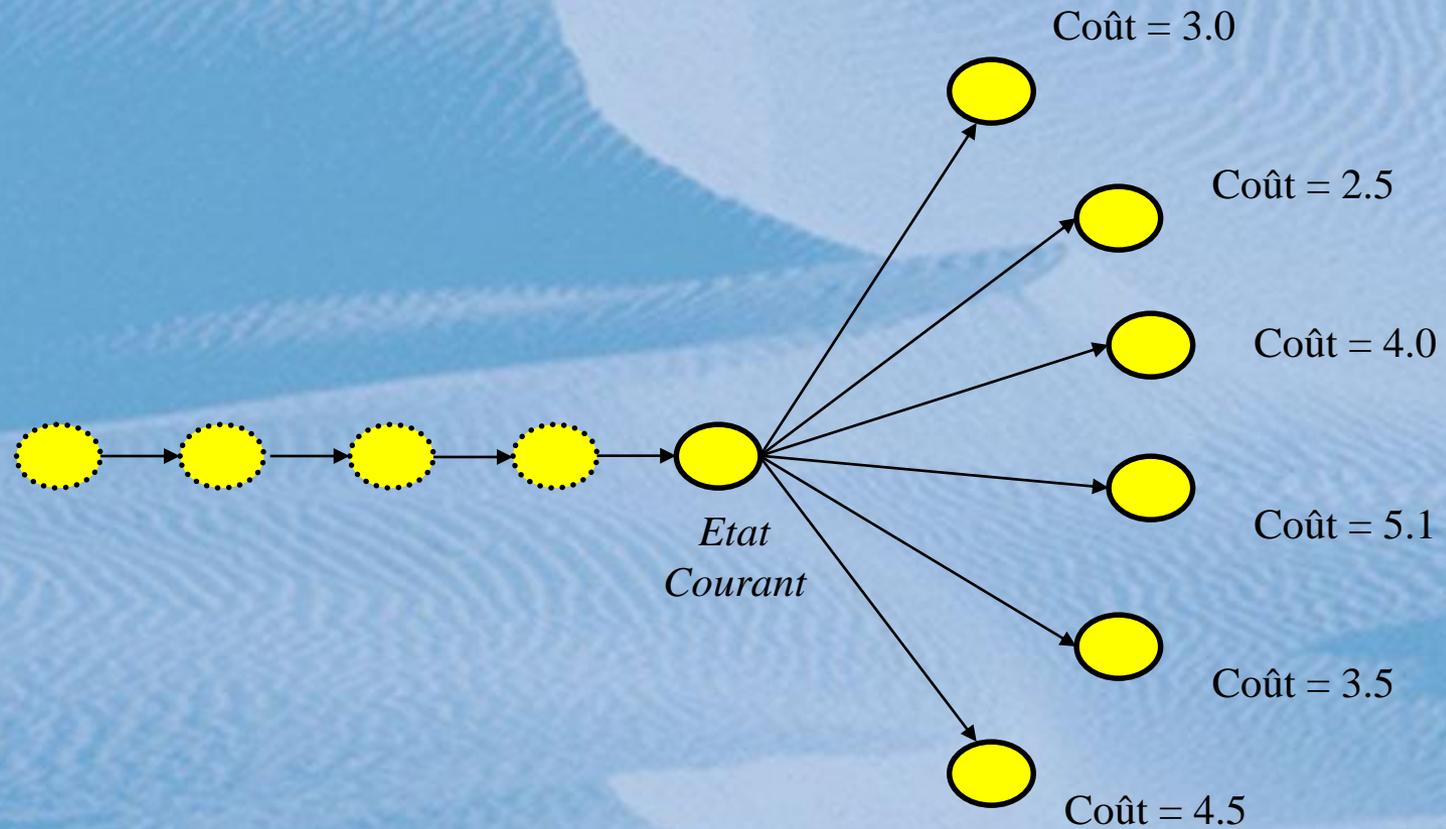


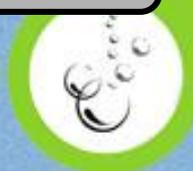
Optimisation locale

- Principe : partir d'une solution **initiale**, et l'améliorer itérativement jusqu'à tomber sur une **bonne** solution.
- Deux algorithmes basiques :
 - **méthode « tabou »** (s'interdire de revenir sur des solutions déjà rencontrées) : les mouvements élémentaires sont déterministes et doivent couvrir une bonne partie de l'espace de recherche.
 - **recuit simulé** (analogie avec la physique) : les mouvements élémentaires sont aléatoires.
- Des algorithmes dérivés existent.



Optimisation Locale (2)





Partie III

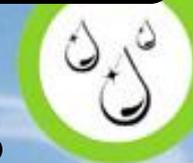
La technique 2 : Intelligence
Artificielle pour l'optimisation
combinatoire



Sous-sommaire

- La programmation par contraintes.
- Les algorithmes de recherche dans un espace d'états.

Programmation par contraintes

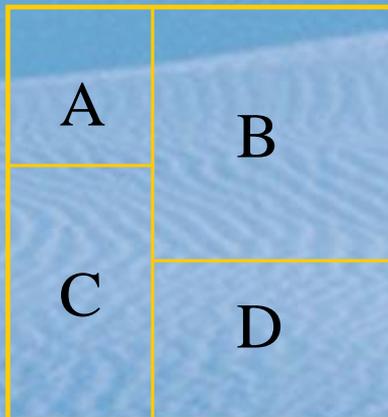


- Un modèle de PPC est composé de :
 - **variables** pouvant prendre un nombre fini de valeurs ;
 - **contraintes** (i.e., relations) reliant ces variables.
- Le but est de trouver une valeur pour chaque variable qui satisfasse toutes les contraintes.



PPC - Exemple

- Colorier A,B,C,D (ci-dessous) sans que deux couleurs ne se touchent, avec les couleurs possibles pour chaque case :



*A et B sont **vert** ou **rouge** ;*

*C est **vert**, **bleu** ou **rouge**.*

*D est **bleu** ou **vert**.*

PPC - Algorithme



- Un algorithme « secoue » le réseau (i.e., **diminue** progressivement le domaine des variables) jusqu'à ce que toutes les variables aient **une** valeur de leur domaine.
- Ceci suppose que, dès qu'une information entre sur une variable du réseau, elle soit **propagée**, éventuellement en arrière.



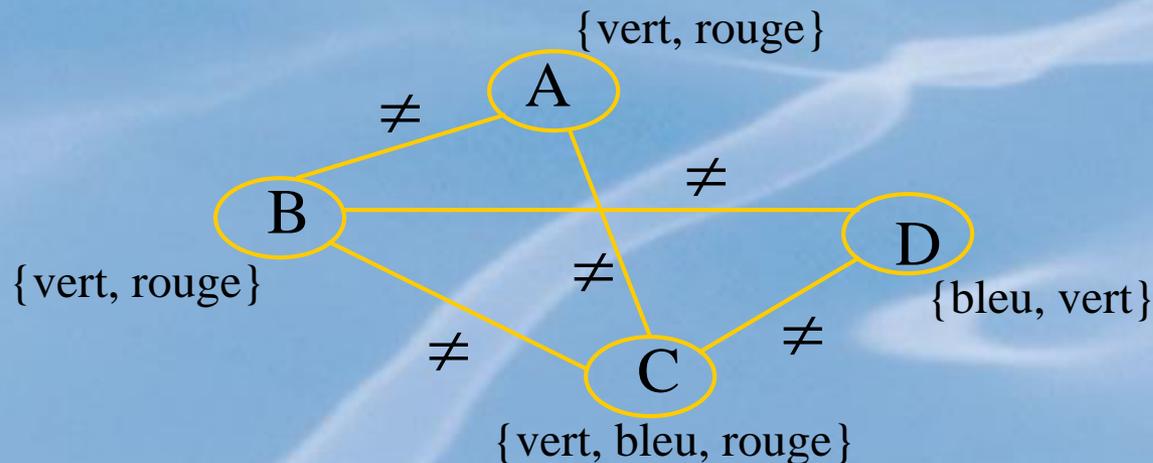
PPC - Algorithme

- Le temps de réponse dépend grandement de l'**ordre** dans lequel sont considérés les variables et leurs valeurs.
 - ⇒ Utilisation d'**heuristiques** pour guider la recherche.
- Solution non optimale (sauf en parcourant tout l'espace de recherche ...).

PPC - Exemple : modélisation



- Le problème précédent est reformulé en le modèle :



- Chaque variable est reliée à ses voisins par une contrainte de différence.
- Le domaine de chaque variable A, B, C ou D apparaît entre accolades.



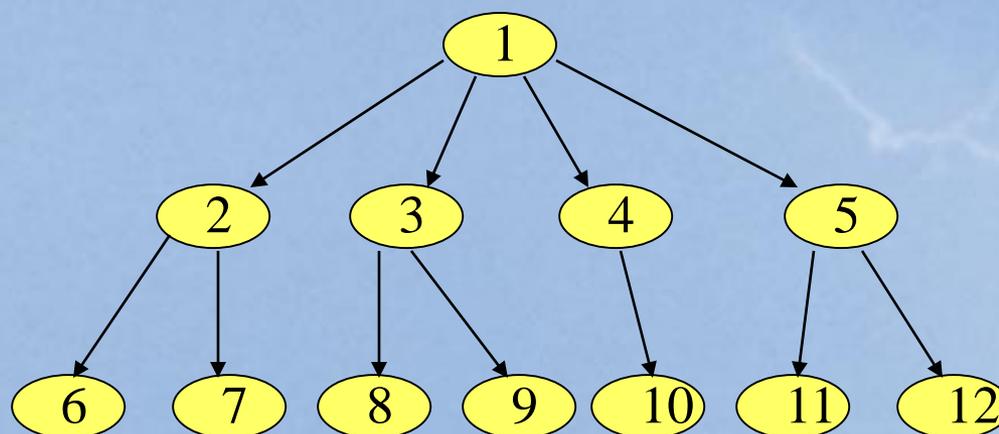
AREE - Exemples

- Insérer une tâche dans un planning avec le minimum de changements.
- Plus court chemin.

Algorithme de recherche dans un espace d'états

- Principe : chercher un état solution dans un arbre de recherche.
- On se donne :
 - un état racine ;
 - une fonction donnant les états successeurs d'un état ;
 - une fonction disant si un état est une solution ;
 - (éventuellement) une fonction de coût d'un état ou d'un chemin.
- Les états sont progressivement développés, jusqu'à obtention d'un état solution.
- Algorithmes aveugles (en profondeur d'abord, en largeur d'abord) ou heuristiques (en meilleur d'abord, A*).
- Inconvénients : problème NP-complet.

Algo. de recherche dans un espace d'états



Profondeur : 1, 2, 6, ...

Largeur : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

Meilleur : 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, ... (selon la fonction de coût)

A* : 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 12, ... (selon la fonction de coût)

Intro.

R.O.

I.A.

Outils

P.N.

Marché

Concur-
rence

Conclusion



Partie IV

Outils du marché



Programmation linéaire

- **CPLEX-CONCERT/OPL** (anciennement PLANNER) vendu par ILOG.
- **XPRESS-MP BCL/MOSEL** vendu par Dash (UK) et distribué en France par ARTELYS.
- Les deux incluent :
 - Des procédures directes pour la programmation linéaire en nombres entiers.
 - Un langage intuitif de modélisation.
 - La possibilité d'avoir une fonction de coût quadratique !



Programmation non-linéaire

- **AMPL** vendu par LUCENT (USA) et distribué en France par ILOG et ARTELYS.
- Package non-linéaire (continu) de **SOLVER**, vendu par ILOG.

Programmation par contraintes

- **SOLVER** : vendu par ILOG.
- **CHIP** : vendu par COSYTEC.
- **CHOCO** : outil interne de BOUYGUES.
- **X** (fin mai 2002) : vendu par ARTELYS.
- **AQL** : vendu par INOVIA.
- **OPEN CSP** : outil interne PN.



Optimisation locale

- **DISPATCHER** (algorithme « tabou ») vendu par ILOG.
- Algorithmes suffisamment simples (2 pages de C++) pour les re-programmer à la main à chaque fois.



Ordonnancement

- **SCHEDULER** vendu par la société ILOG.
- Cet outil propose de placer dans le temps des tâches consommant des ressources ayant différentes contraintes (e.g., capacité limitée, éventuellement variable au cours du temps), de façon à minimiser la date de fin de la dernière tâche.
- Outil bâti au dessus de SOLVER.

Intro.

R.O.

I.A.

Outils

P.N.

Marché

Concur-
rence

Conclusion



Partie V

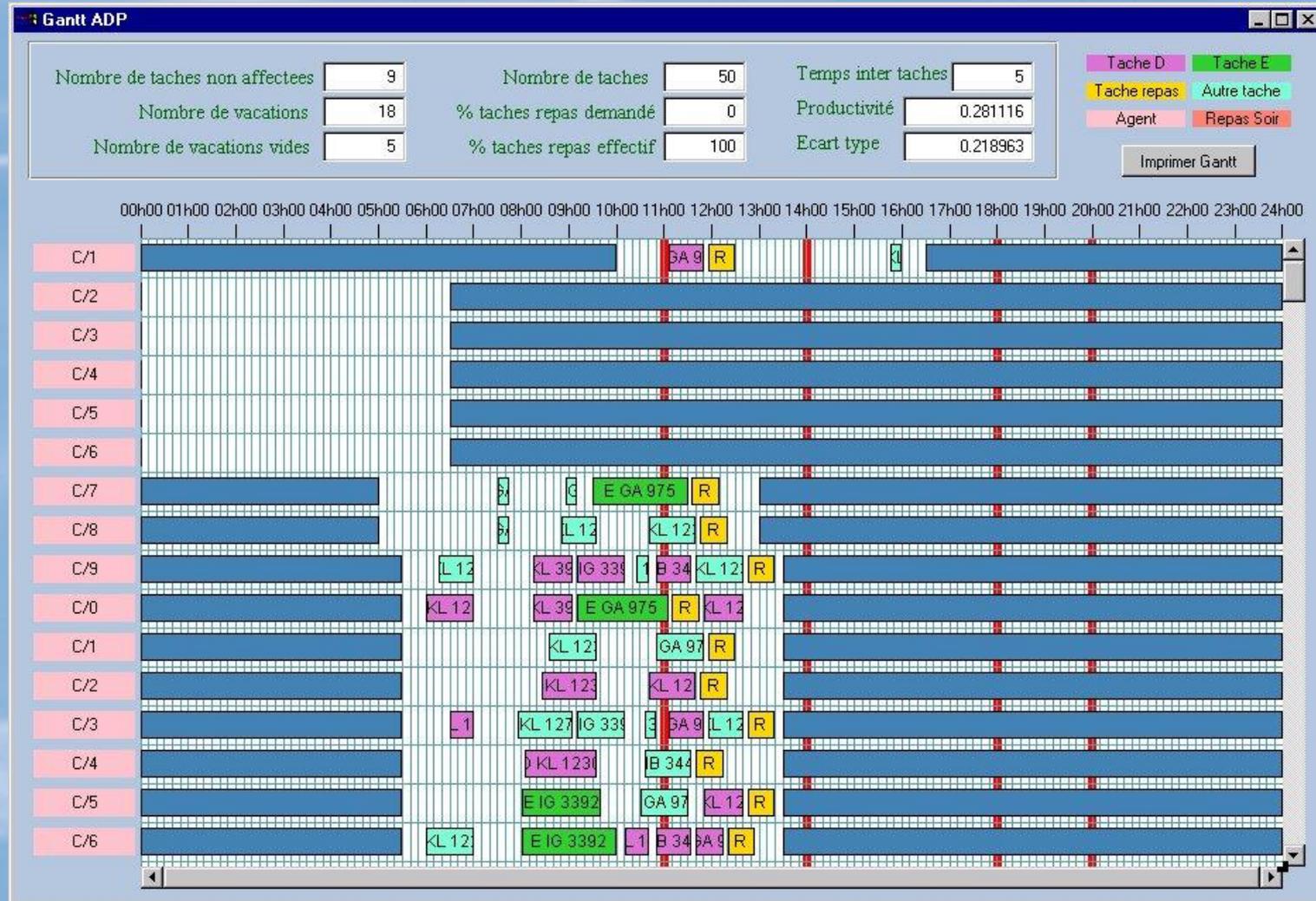
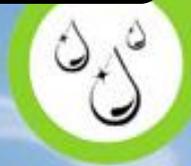
Références P.N.



MAXIME

- Client : Aéroports de Paris (ADP).
- Utilisateur : planificateur (chef de groupe).
- Planification du personnel au sol (2000 agents par groupe de 150).
- Affecter des tâches aux agents, en minimisant le nombre de tâches désaffectées et en améliorant la qualité des plannings générés.
- Insérer des tâches, issues d'aléas sur les vols.
- Technique : PPC, optimisation locale, A*.

MAXIME (Gantt)

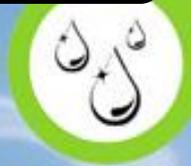




ADPOPTI

- Client : Aéroports de Paris.
- Utilisateur : Département Stratégie.
- Affectation optimale de groupes de vols à des aérogares.
- Technique : optimisation locale, PPC.

ADPOPTI (IHM)



ADPOpti (étude 2Ebis6)

Etudes Ressources Paquets Paramétrage Optimisation Exploitation des résultats

Aéroport :
CDG

Tapis Portes **Banques** Flux Contact Exporter

Aérogare

- C1
- C2A
- C2B
- C2C
- C2D
- C2E
- C2F1
- C2F2

Paquets de vols :

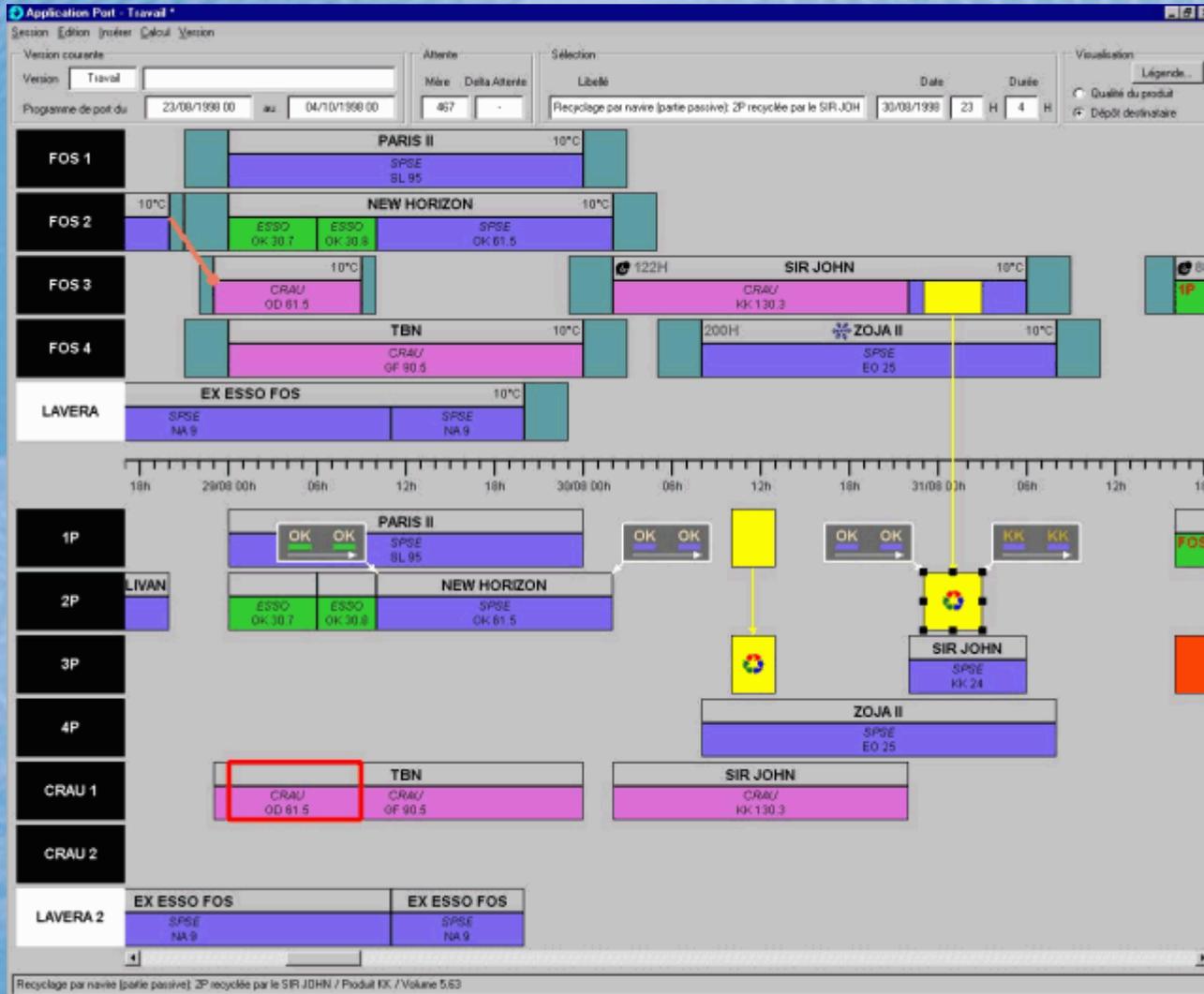
- 2R Domestique
- 2R International
- 2R Schengen
- 9U International
- AC International
- af21
- afint7
- AH International
- AI International
- BA Autre U.E
- BD Autre U.E
- CA International
- CRL International
- DM Schengen
- E8 Schengen
- EI Autre U.E
- EK International
- G7 Schengen
- GF International
- GJ Schengen

AGATE



- Client : SPSE.
- Utilisateur : planificateur (chef de port).
- Attribution de môles aux bateaux arrivant dans le port de Marseille.
- Gestion graphique du dépôt.
- Ordonnancement des lots de pétrole brut dans le pipeline.
- Optimisation de la dépense énergétique par réglage des débits de livraison en fonction du contrat de fourniture d'énergie.
- Technique : PPC, algorithme dédié.

AGATE (Gantt des môtles)



AGATE (pipeline)



APPLICATION TRANSPORT

Session Lots Calculer Résultats Paramétrage Versions

Version courante
Version Travail
Programme de transport du 14/04/2000 à 08:00 au 14/05/2000 à 00:00

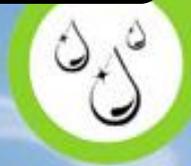
Coût
Version mère 610 487
Delta coût 0

Optimisation
Durée 29
Calcul

Lot
Rechercher
Fixer

Visualisation des lots
 Raffinerie
 Produit paraffinique
 Viscosité
 Teneur en soufre
Caler l'affichage Légende...

| | FOS | Débit | TL | TB | TS | TO | TK | | |
|-------------|---|------------------|---|----|----|----------|-----------------|---|--|
| 13/04 19:00 | 19/04 01:00 - 24/04 00:00 IRH_21.0 | 2270C162 21.0 | | | | | | 13.0 12/04 00:00 - 16/04 00:00 23.0 | |
| 14/04 03:53 | 19/04 00:00 - 22/04 00:00 BLI_34.0 SAH_13.0 | 2280C146 47.0 | | | | | | | |
| | | 3145 | | | | | 2090K136 [2] | 13/04 00:00 - 16/04 23:00 10.8 | |
| 14/04 08:00 | Réactualisation du 14/04/2000 à 8H00 Reste à expédier : 34.2 du 2280C146 | | Réactualisation du 14/04/2000 à 8H00 Reste à expédier : 34.2 du 2280C146 | | | | | | |
| 14/04 08:00 | | 2400 | | | | | | 13/04 00:00 - 16/04 23:00 8.2 | |
| | | 2400 | | | | 2100F126 | | 14/04 00:00 - 17/04 00:00 8.0 | |
| | | 2639 | | | | 2110F127 | | 14/04 00:00 - 17/04 00:00 45.0 | |
| 14/04 22:15 | 26/04 00:00 - 30/04 00:00 HVN_8.0 | 2290F130 8.0 | | | | | | | |
| 15/04 01:28 | 26/04 00:00 - 30/04 00:00 CON_20.0 | 2300F131 20.0 | | | | | | | |
| | | 3000 | | | | 2120F128 | | 14/04 00:00 - 17/04 00:00 42.0 | |
| 15/04 08:08 | 27/04 00:00 - 30/04 00:00 LVN_27.0 | 2310F132 27.0 | | | | | | | |
| 15/04 17:08 | 27/04 00:00 - 30/04 00:00 CON_7.0 | 2320F133 7.0 | | | | | | | |
| 15/04 19:28 | 23/04 00:00 - 26/04 00:00 BLI_17.5 | 2330C147 17.5 | | | | | | | |
| | | 3000 | | | | 2130F129 | | 14/04 00:00 - 17/04 00:00 8.0 | |
| | | 3000 | | | | | | 13/04 00:00 - 16/04 23:00 22.6 | |
| 16/04 01:18 | 23/04 00:00 - 26/04 23:00 BLI_23.5 | 2340C192 23.5 | | | | | | | |
| 16/04 08:00 | Arrêt en date du 16/04/2000 08:00 au 16/04/2000 18:00 Reste à expédier 3.4 du 2340C192 | | Arrêt en date du 16/04/2000 08:00 au 16/04/2000 18:00 Reste à expédier 3.4 du 2340C192 | | | | | | |
| 16/04 18:00 | | 3000 | | | | | | 13/04 00:00 - 16/04 23:00 8.4 | |
| 16/04 19:08 | 28/04 12:00 - 02/05 00:00 AMN_29.0 ZUT_21.0 | 2350K117 50.0 | | | | | | | |
| | | 2946 | | | | | | 14/04 00:00 - 17/04 00:00 22.0 | |



Tournées de véhicules

- Client : Banque de France (-> rester confidentiel sur ce projet).
- Minimiser la distance parcourue par une flotte de camions devant desservir des entrepôts en billets de banque (problème du *voyageur de commerce*).
- Technique : optimisation locale.
- Première utilisation en France d'ILOG DISPATCHER.



ISA / CASA

- Client : EUROCONTROL.
- Utilisateur : chef des décollages à la CFMU.
- Diminution du retard au décollage des avions européens.
- Technique : optimisation locale, A*.

HADES

- Client : EUROCONTROL.
- Utilisateur : *airspace designers*.
- Redéfinition des routes d'avions et secteurs géographiques en Europe, sans tenir compte des frontières européennes.
- Technique : algorithmes dédiés, heuristique.

HoroPLAN



- Client : CHU de Rouen.
- Utilisateur : planificateur/responsable de service infirmières.
- Planification d'emplois du temps pour personnel hospitalier.
- Technique : PPC.



SNCF (à EDIAT P.B.)

- Client : Direction commerciale SNCF.
- Utilisateur : service études.
- Allocation automatique de capacité, afin d'optimiser la répartition des trames/modules de trains.
- Technique : optim. locale, PL.



THOR (à EDIAT)

- Client : EDF.
- Utilisateur : Etudes.
- Affectation d'unités de traitement, au sein d'armoires de systèmes de contrôle-commande.
- Technique : optim. locale (recuit simulé), PPC.



Etat de l'art (à EDIAT)

- Client : Air Liquide.
- Utilisateur : service informatique.
- Etat de l'art des logiciels d'optimisation de tournées de produits (vrac, citerne, bouteille...).
- Technique : aucune.

Frettes (à EDIAT)



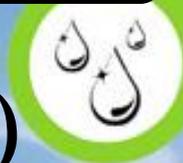
- Client : Fortech (Usinor Sacilor).
- Utilisateur : production.
- Optimisation de la découpe de matériaux métalliques en minimisant les pertes de métal.
- Technique : système expert, PLNE.



ARPEGE (à EDIAT)

- Client : SNCF Direction du matériel.
- Utilisateur : planificateur des ressources du dépôt (matériels et humaines).
- Planification de l'entretien de maintenance des engins moteurs .
- Techniques : PPC.

Projet de recherche (stage G.C.)



- Client : CNET, Télécom - Paris.
- Utilisateur : concepteur de circuit intégré.
- Optimisation de caractéristiques géométriques d'un ensemble de transistors (problème du sac à dos).
- Technique : PPC, optim. locale, PL(NE).



GYPAETE (Bull, G.C.)

- Client : Bull en interne.
- Utilisateur : Concepteur de mainframes.
- Adaptation semi-automatique de dessins de circuits intégrés à un nouveau jeu de règles technologiques (problème du sac à dos).
- Technique : PPC, algorithme dédié.

C.U.B. (stage R.C.)



- Client : Communauté urbaine de Bordeaux.
- Utilisateur : planificateurs du P.D.U.
- Base statistique du transport de marchandise en ville. Optimisation du coût de transport, selon le profil utilisateur, en tenant compte du stationnement illicite.
- Technique : PL, heuristique.



CANARIES (stage I.C.)

- Client : SNCF, en interne.
- Utilisateur : horairistes.
- Optimisation du temps de parcours d'itinéraires de trains sur le réseau français.
- Technique : A*, PL.

RS-PAQ (stage M.F.)



- Client : université d'Oran.
- Utilisateur : aucune.
- Affectation de tâches de processeurs dans un réseau de processeurs avec capacité.
- Technique : optim. locale.



Artimède (stage N.P.)

- Client : CHR de Lille.
- Utilisateur : radiochirurgiens.
- Localisation 3D du cadre de Leksell (sur le crâne d'un patient) à partir d'images médicales.
- Technique : algorithmes génétiques, optim. locale.

(stage G.P.)



- Client : PSA.
- Utilisateur : ingénieur de production (responsable de chaîne).
- Séquencement de véhicules sur une ligne de montage automobile. Contraintes sur le séquencement des options.
- Technique : PPC.

Intro.

R.O.

I.A.

Outils

P.N.

Marché

Concurrence

Conclusion



Partie VI

Concurrence

EURODECISION



- Historique : entreprise de ~20 personnes, créée il y a 10 ans par 2 universitaires.
- Domaine d'activité : formation et service en programmation linéaire continue et en nombre entiers.
- Avantages : dispose de briques logicielles prêtes à l'emploi, donc possède une forte efficacité en avant-vente.
- Désavantages : manque de compétences pluri-disciplinaires (e.g., 3-Tier), ce qui contraint à se cantonner au rôle de composant d'un grand système.
- URL : www.eurodecision.fr



ARTELYS

- Historique : entreprise de 8 personnes créée en janvier 2000 par 2 ingénieurs R&D et 1 universitaire.
- Domaine d'activité :
 - Formation et service dans toute l'optimisation combinatoire présentée.
 - Distributeur en France d'XPRESS et AMPL.
- Avantages : XPRESS est un produit bien connu et référencé.
- Désavantages : l'édition de logiciel est un marché forcément mondial.
- URL : www.artelys.fr

Dept. «Optimisation » d 'ILOG



- Historique : département de ~15 personnes, créé il y a une dizaine d'années.
- Domaine d'activité : service autour des produits ILOG (CPLEX, AMPL, SOLVER, SCHEDULER, DISPATCHER).
- Avantages : image justifiée de super-compétence.
- Désavantages : oscille entre conseil et service, et sans approche « métier ».
- URL : www.ilog.fr



COSYTEC

- Historique : entreprise créée il y a 11 ans.
- Domaine d'activité : service autour de leur produit (CHIP).
- Avantages : connu et constant dans sa logique de démarche de service + édition autour de leur produit.
- Désavantages : n'est plus en croissance et en perte de vitesse par rapport à ILOG.
- URL : www.cosytec.fr

Intro.

R.O.

I.A.

Outils

P.N.

Marché

Concur-
rence

Conclusion



Partie VII

Conclusion



Résumé des technologies

| Technologie | Avantages | Inconvénients | Réf. P.N. | Produits |
|----------------------|-------------------------------------|------------------|----------------------------|--------------------------|
| PL | Optimalité | Linéarité | | CPLEX, XPRESS |
| PLNE | Variables entières | Temps de réponse | MAXIME | CPLEX, XPRESS |
| PNL | Non-linéarité | Temps de réponse | | AMPL, non lin. SOLVER |
| Optim. Locale | Interruptible Contraintes molles | Non optimalité | MAXIME ADPOPTI, BDF | DISPATCHER, à la main |
| PPC | Efficace Contraintes dures | Non optimalité | MAXIME, ADP OPTI, AGATE | SOLVER, CHIP AQL |
| AREE | Parfois la seule modélisation... | Temps de réponse | MAXIME | A la main |